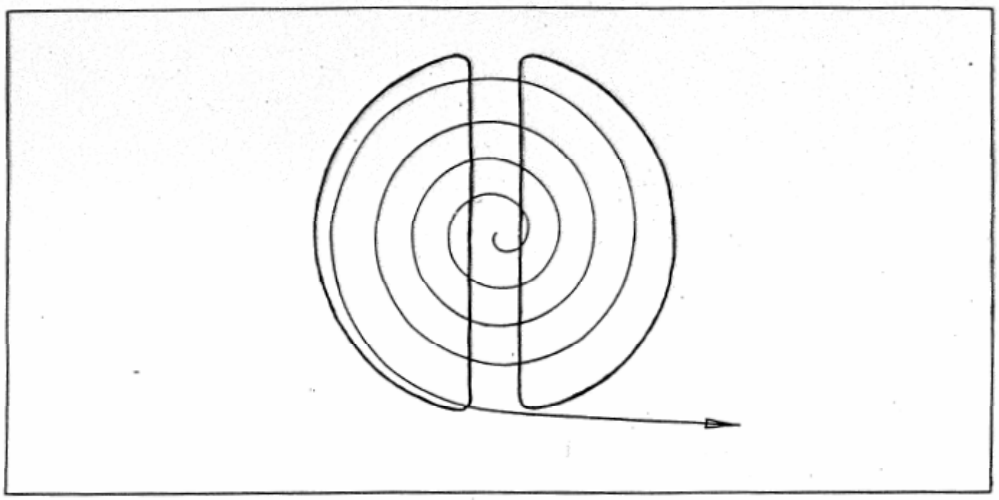
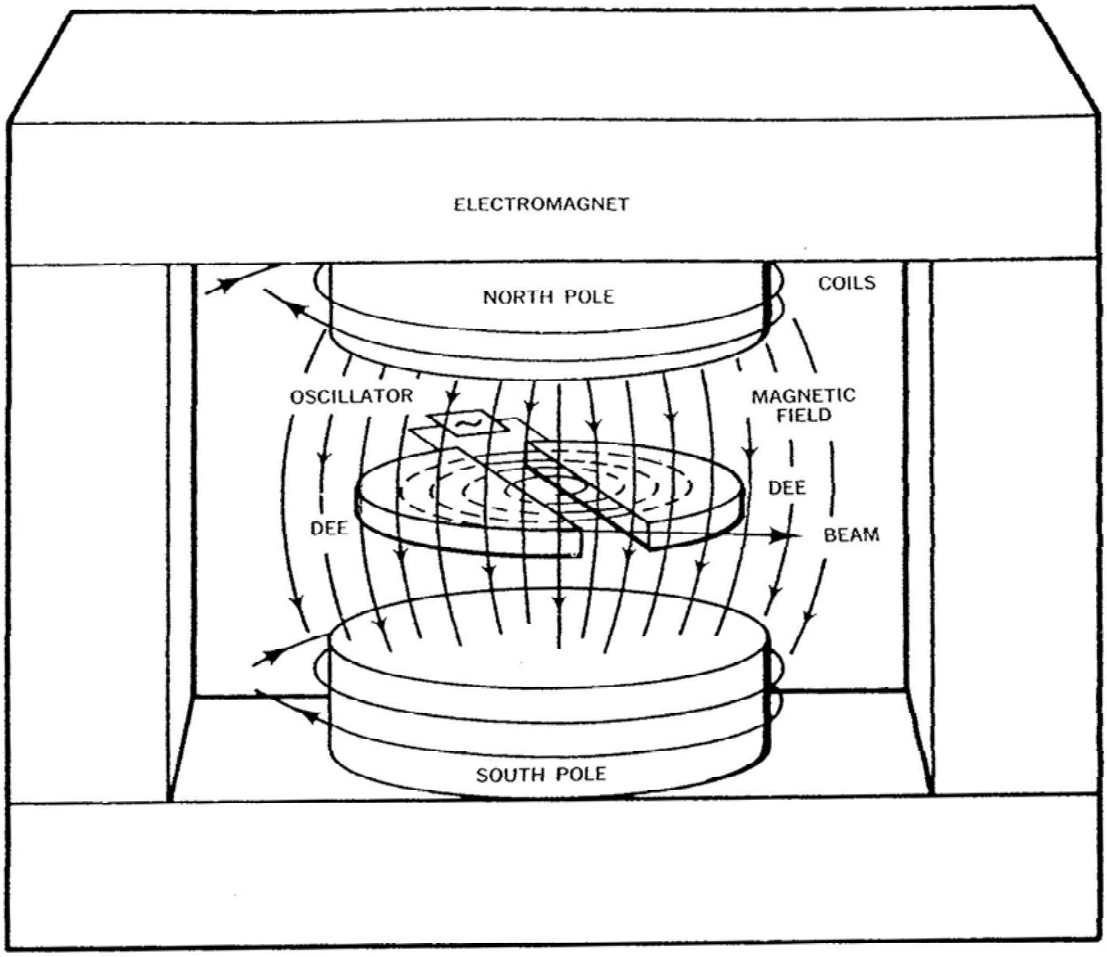
Zyklotron Theorie

- Zyklotron Schema
- Erste Zyklotron
- PSI Ringzyklotron
- Kraft auf Teilchen
- Kreisbahn im Zyklotron
- Homogenes Magnetfeld vom Zyklotron
- Klassisches Zyklotron
- Larmorfrequenz oder Umlauffrequenz
- Isochronzyklotron Parameter
- Kantenfokussierung vom Zyklotron
- Quadrupol wirkung
- Thomas-Zyklotron
- PSI Injektor 1 Zyklotron
- Instabiles 2-Sektor Zyklotron
- PSI Comet Zyklotron
- Schema Ringzyklotron
- Quadratzyklotron
- Prinzip Ringzyklotron
- Hochfrequenz Kavität
- Flattop Spannung
- Magnetfeld Ringzyklotron
- Hillfeld Ringzyklotron
- Feldprofil Ringzyklotron
- Numerische Bahnberechnungen
- Resonanzdiagramm
- Koppelresonanz
- Umläufe Ringzyklotron
- PSI Injektor 2 (72 MeV p)
- Vorbeschleuniger Injektor 2
- Injektor 2 Prinzip
- Letzte 5 Umläufe Injektor 2
- Extraktion aus Zyklotron
- Stromlimite Zyklotron PSI (über die Jahren)
- PSI Zyklotrons
- Comet Zyklotron (250 MeV p) Strahlentherapie
- Historisches Uebersicht Zyklotrons

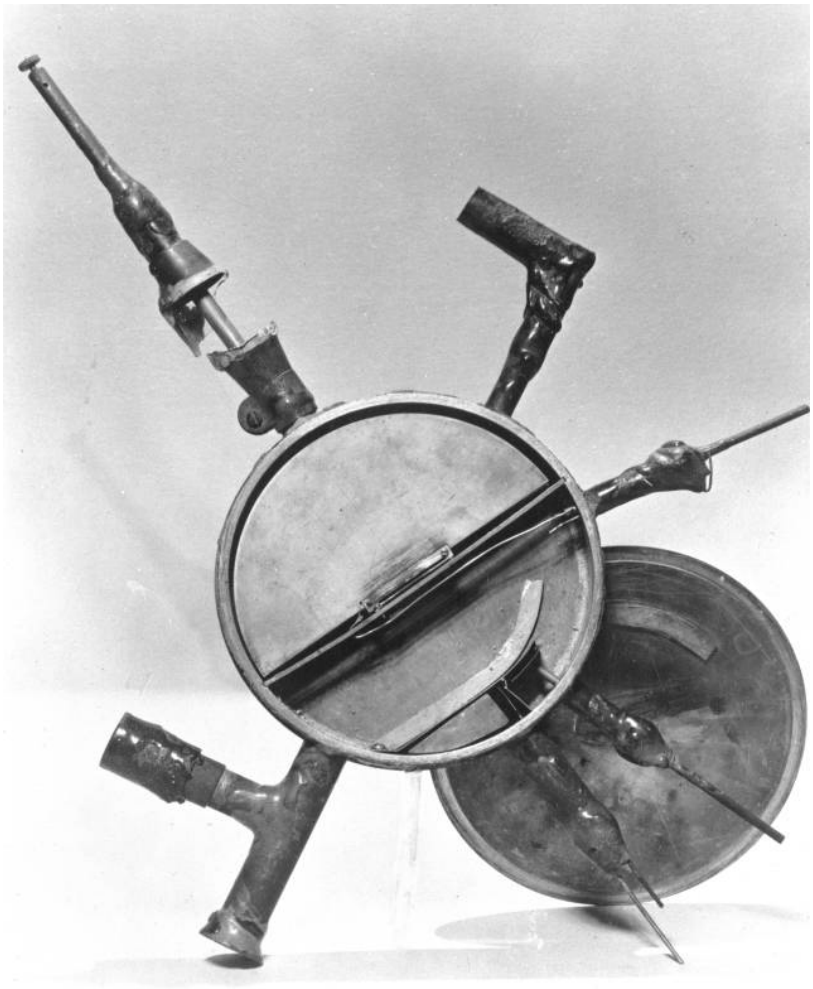
Zyklotron Schema



THE CYCLOTRON AS SEEN BY THE INVENTOR



1. Zyklotron 1931



E.O.Lawrence, M.S.Livingston

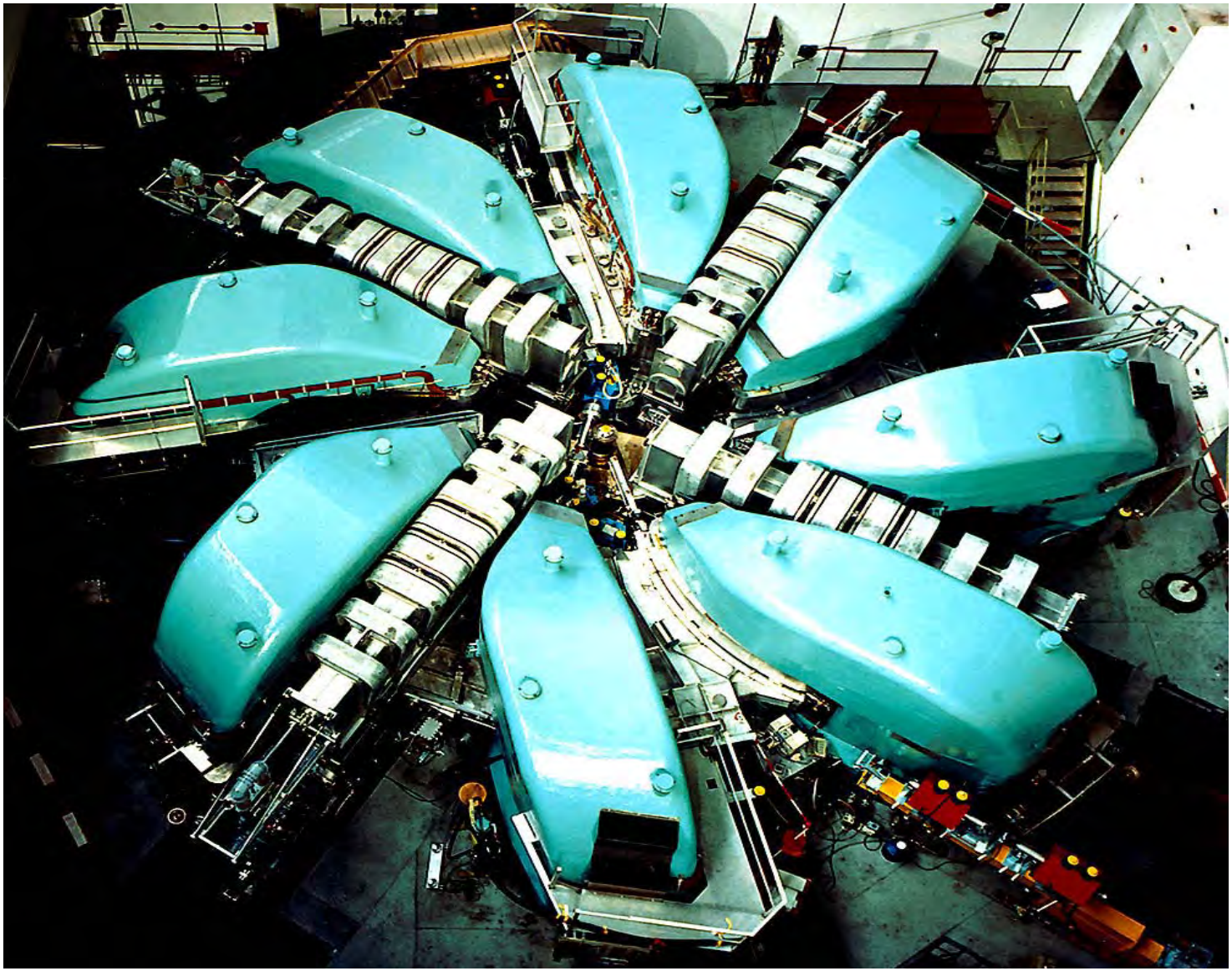
Berkeley, Kalifornien

Durchmesser 4 inch

1 kV am Dee

80 keV Protonen

Ringzyklotron 590 MeV



Kraft auf Teilchen

Gesetz von Newton:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \qquad \vec{p} = m\gamma v \quad (= impuls)$$

Teilchen mit Ladung q im elektromagnetischen Feld sieht Kraft F:

(1) $\vec{F}_{el} = q\,\vec{\mathcal{E}}$ $(elektrisches Feld \Rightarrow \underline{Beschleunigung})$

(2) $\vec{F}_{m} = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$ $(Lorentzkraft\ durch\ Magnetfeld, \Rightarrow \underline{Ablenkung})$

Die magnetische Kraft ist immer senkrecht zu v und B

$\Rightarrow$ es wird keine Arbeit geleistet !

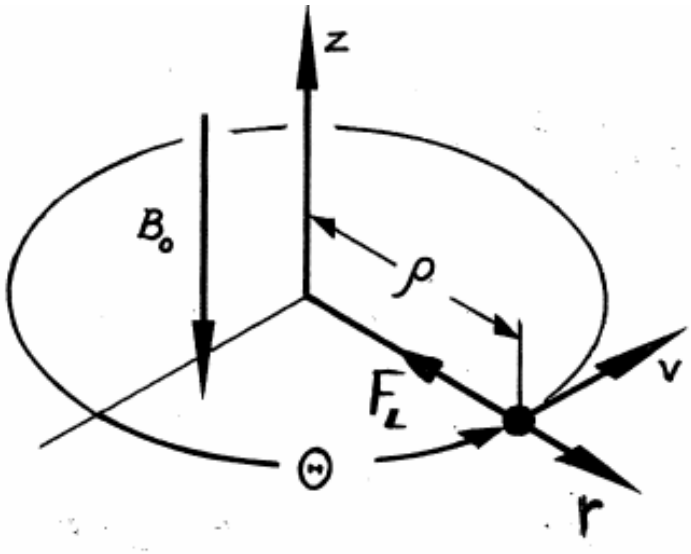
$\Rightarrow$ Geschwindigkeit v bleibt konstant

Vergleich: E $\Leftrightarrow$ v B

Bei v = c: 100 kV/cm $\Leftrightarrow$ 0.033 T

Kreisbahn

In homogenem Magnetfeld B läuft Teilchen auf einer Kreisbahn mit Radius ρ



Balance zwischen Lorentzkraft F_L und Zentrifugalkraft F_z:

$$F_L = q\,v\,B\,, \qquad F_r = \frac{m v^2}{\rho} \quad (nicht\ relativ.)$$

$$mit\ \ p = m\,v:$$

$$p = q\,B\,\rho$$

gilt auch relativistisch!
(Bρ) = „magnetic rigidity“

Grundlage aller Kreisbeschleuniger (Zyklotron, Synchrotron, Speicherring, Spektrometer etc.)

Für Elektronen mit E ≥ 10 MeV: E[GeV] = pc= 0.3 Bρ [Tm]

homogenes Magnetfeld

Teilchen mit Ladung q und Impuls p :

=> Kreisbahn mit Radius ρ in homogenem Magnetfeld B

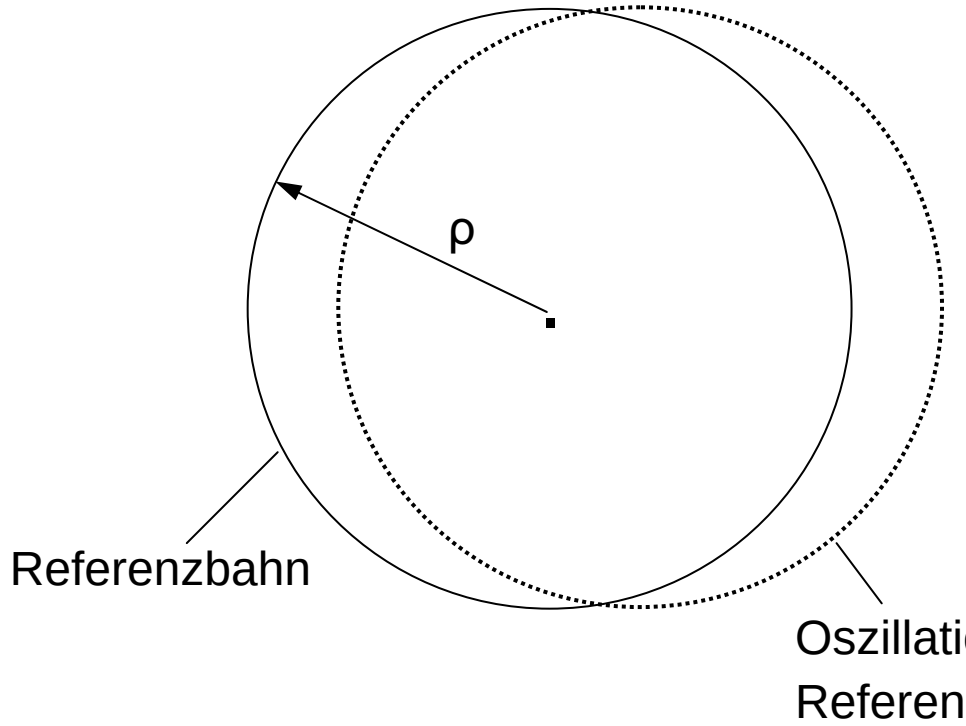
$$p = q\,B\,\rho$$

diese Kreisbahn kann überall platziert sein!

=> stabile horizontale Schwingung um Referenzbahn

mit Fokussierfrequenz $Q_r = 1$

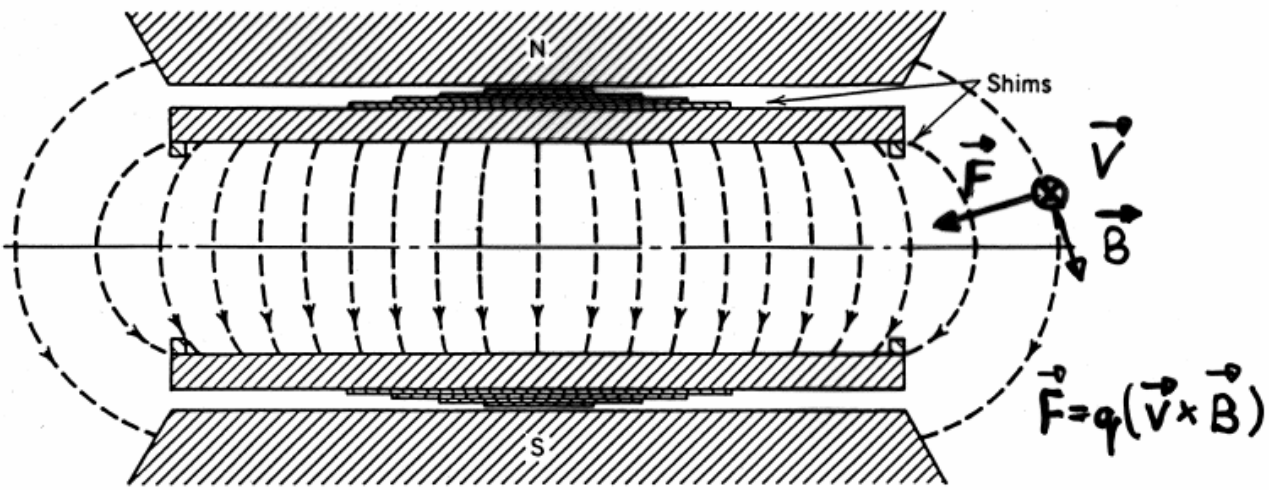
keine vertikale Stabilität ($Q_y = 0$)



Klassisches Zyklotron

In homogenem Magnetfeld sind die Kreisbahnen vertikal instabil

⇒ vertikale Stabilität durch radial abfallendes Feld B(r)



Definition eines Feldindexes n (dimensionslos) durch „logarithmische Ableitung“

$$\left(\frac{dB_0}{B_0}\right) \equiv -n\left(\frac{dr}{r}\right)$$

Fokussierfrequenzen: stabil für $0 < n < 1$

$$Q_r = \sqrt{1-n}\,, \quad Q_y = \sqrt{n}\,, \qquad Q_r^2 + Q_y^2 = 1$$

=> *schwache Fokussierung horizontal und vertikal*

Larmorfrequenz

Umlauffrequenz ω_0 in homogenem Magnetfeld B:

(nicht relativ.) p = mv = q B R , v= R ω_0

$$\omega_0 = \frac{q}{m} B \qquad (= Larmorfrequenz)$$

ω_0 ist unabhängig von radius R and Energie !

$\Rightarrow$ Grundlage für klassisches Zyklotron (nicht relativistisch)

Allgemein gilt für alle Energien mit $E_{tot} = \gamma\, mc^2$ und $\omega_0 \equiv 2\pi\nu_0$

$$\nu_0 = \left(\frac{q}{2\pi\, m}\right)\frac{B}{\gamma}$$

$$\frac{q}{2\pi\, m} = 15.25\ MHz\ /\ T \qquad \text{für Protonen}$$

$$\frac{q}{2\pi\, m} = 28\ GHz\ /\ T \qquad \text{für Elektronen}$$

Beschleunigung mit Hochfrequenz auf harmonischer h:

$$\nu_{RF} = h\ \nu_0$$

Ein isochrones Zyklotron hat Sektoren => $B(r,\vartheta)$

$B = B_0(R)$ = Feld gemittelt über eine Umlaufbahn

=> $B_0(R)$ muss prop. zu $\gamma(R)$ anwachsen

[Alternative: Synchrozyklotron mit $\nu_{RF}(t)$]

Parameter Isochronzyklotron

In isochronem Zyklotron: ω_0 = konstant

$R = v/\omega_0 \sim \beta$, ($\beta = v/c$)

absolute Radiuslimite für v=c: $R_\infty = c/\omega_0$

$$numerisch: \quad R_\infty[m] = h\left(\frac{47.7MHz)}{\nu_{RF}}\right)$$

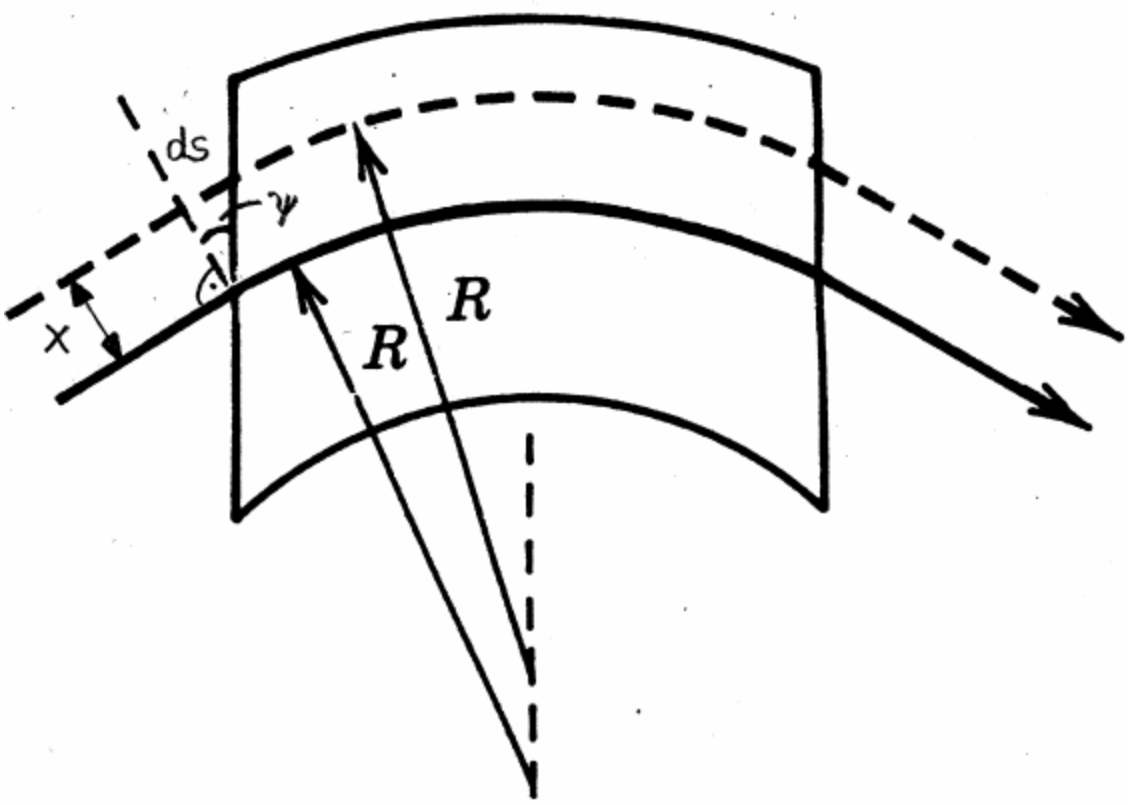
$$R = \beta R_\infty \qquad R_{max} = \beta_{max} R_\infty$$

Für Protonen am PSI: ν_{RF} = 50.7 MHz , R_∞ = h· 0.94m

	E[MeV]	β_{max}	h	R_∞[m]	R_{max}[m]	B_0[T]
Injektor I	72	0.37	3	2.83	1.05	1.1
Injektor II	72	0.37	10	9.40	3.5	0.33
Ring	590	0.79	6	5.65	4.5	0.55

Kantenfokussierung

Sektormagnet mit
Kantenwinkel Ψ



horizontal:

Teilchen mit paralleler Verschiebung x wird um

ds = x tan Ψ später abgelenkt. => x‘ = ds/R

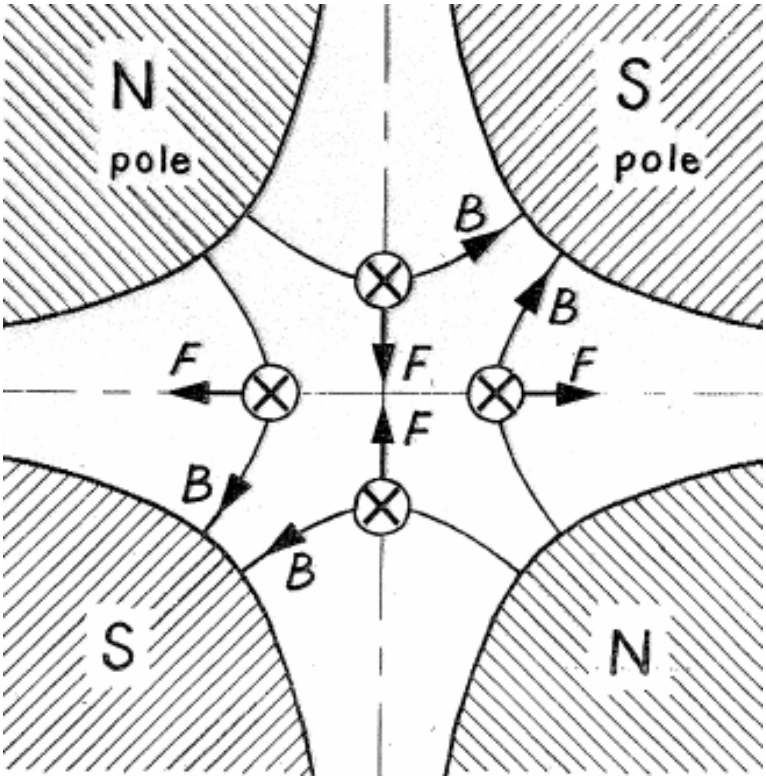
Die Wirkung ist wie ein defokussierender Quadrupol

der Stärke: $1/f_x = -(1/R) \tan \Psi$

vertikal:

fokussierend mit $f_y = - f_x$

Quadrupol



aus Maxwell Gleichung $\quad rot\ \vec{B} = 0$:

$$\frac{dB_x}{dy} = \frac{dB_y}{dx} = G \quad (= Gradient)$$

vertikal <u>*fokussierend*</u> :

$$F_y = -q\,v\,B_x \propto -G\,y$$

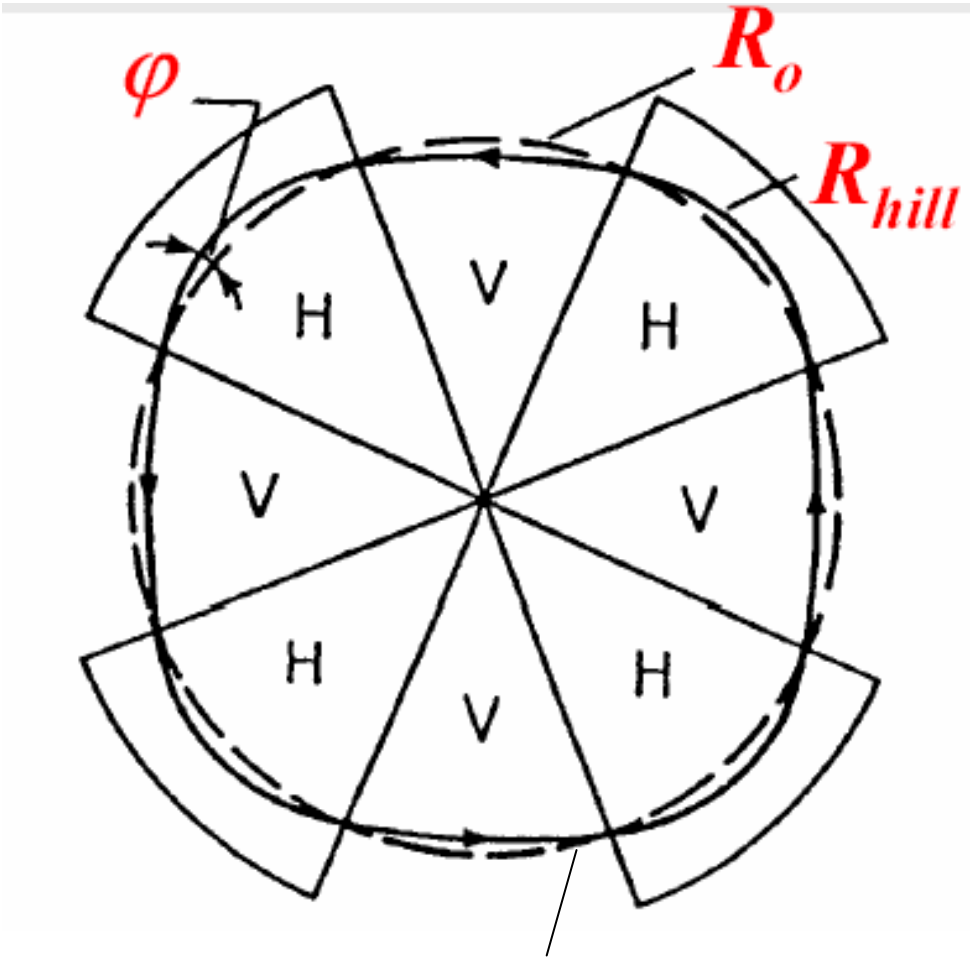
horizontal <u>*defokussierend*</u> :

$$F_x = q\,v\,B_y \propto G\,x$$

Thomas-Zyklotron (1938)

Sektoren auf Polplatte eines H-Magneten

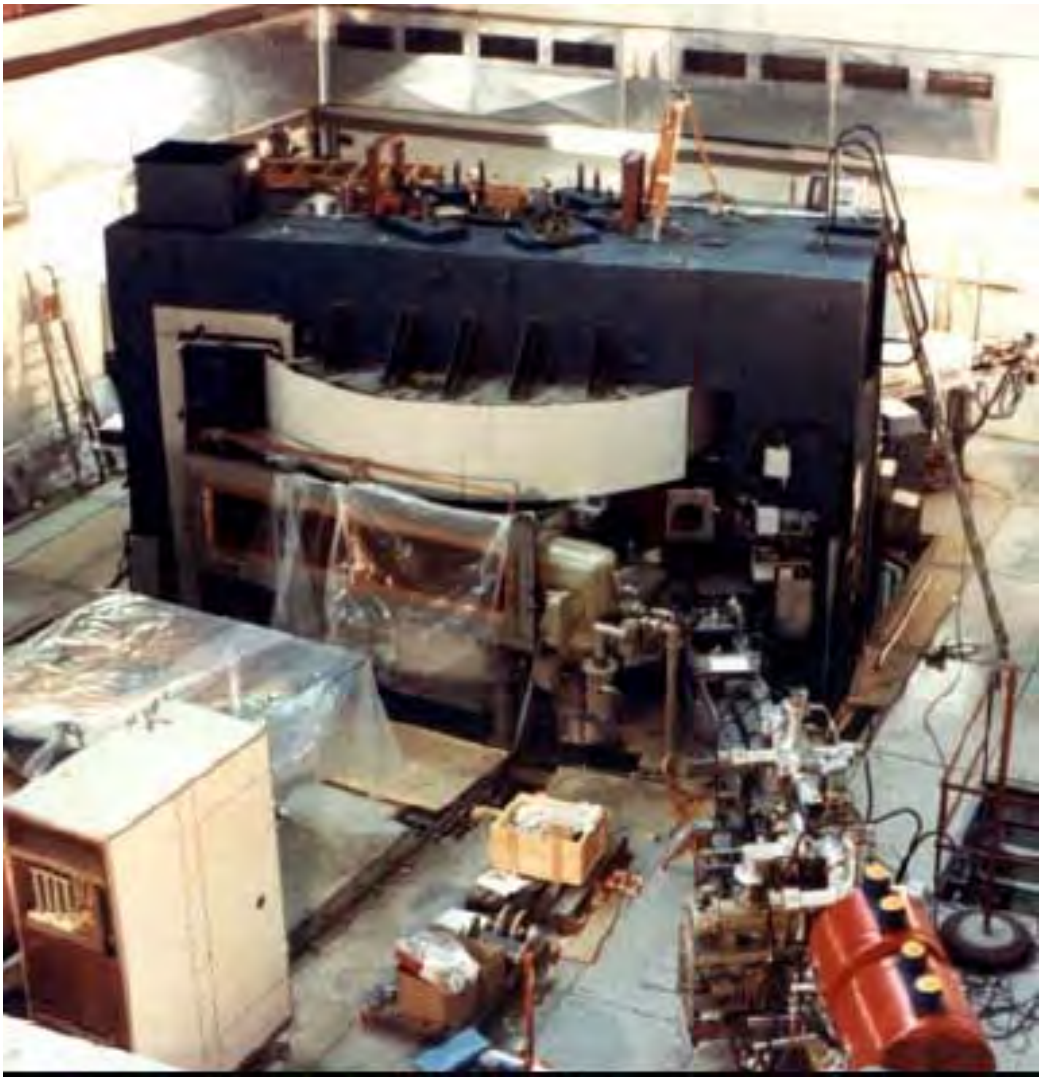
=> vertikale Kantenfokussierung zwischen Hill (H) und Valley (V)



Brennweite f_y *durch Kantenwinkel* Ψ :

$$\frac{1}{f_y} = \frac{[B(H) - B(V)]}{B\rho} \tan \Psi \qquad (f_x = -f_y)$$

Injektor I Zyklotron



Philipps 1973

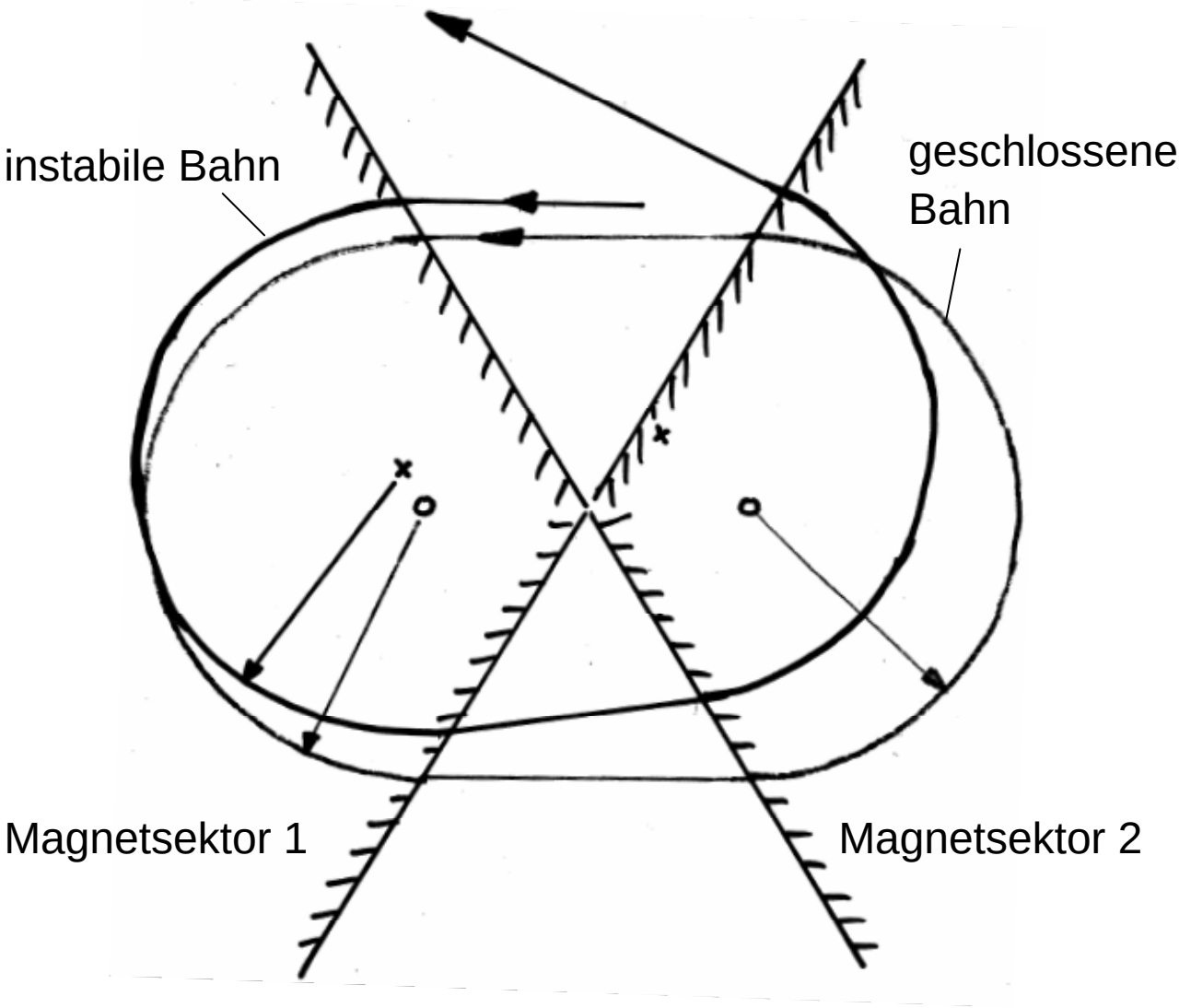
72 MeV Protonen

Ionen: Energie pro Nukleon

$E/A=(Z/A)^2$ 120 MeV

z.B. Deuteronen, α : 30 MeV/Nukleon

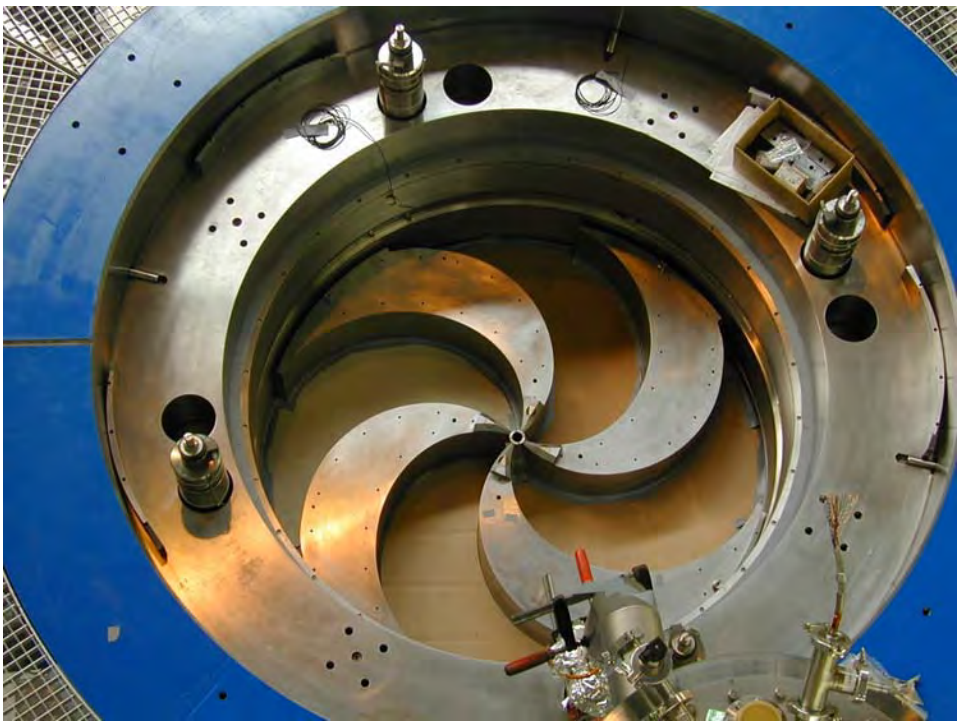
instabiles 2-Sektor Zyklotron



Resonanz der horiz. Fokussierfrequenz:

$Q_r = 2/2$ (π-mode stopband)

Comet Zyklotron



Magnetsektoren

Hochfrequenz-
system

8 x 80 kV

Ringzyklotron
(Hans Willax 1962)

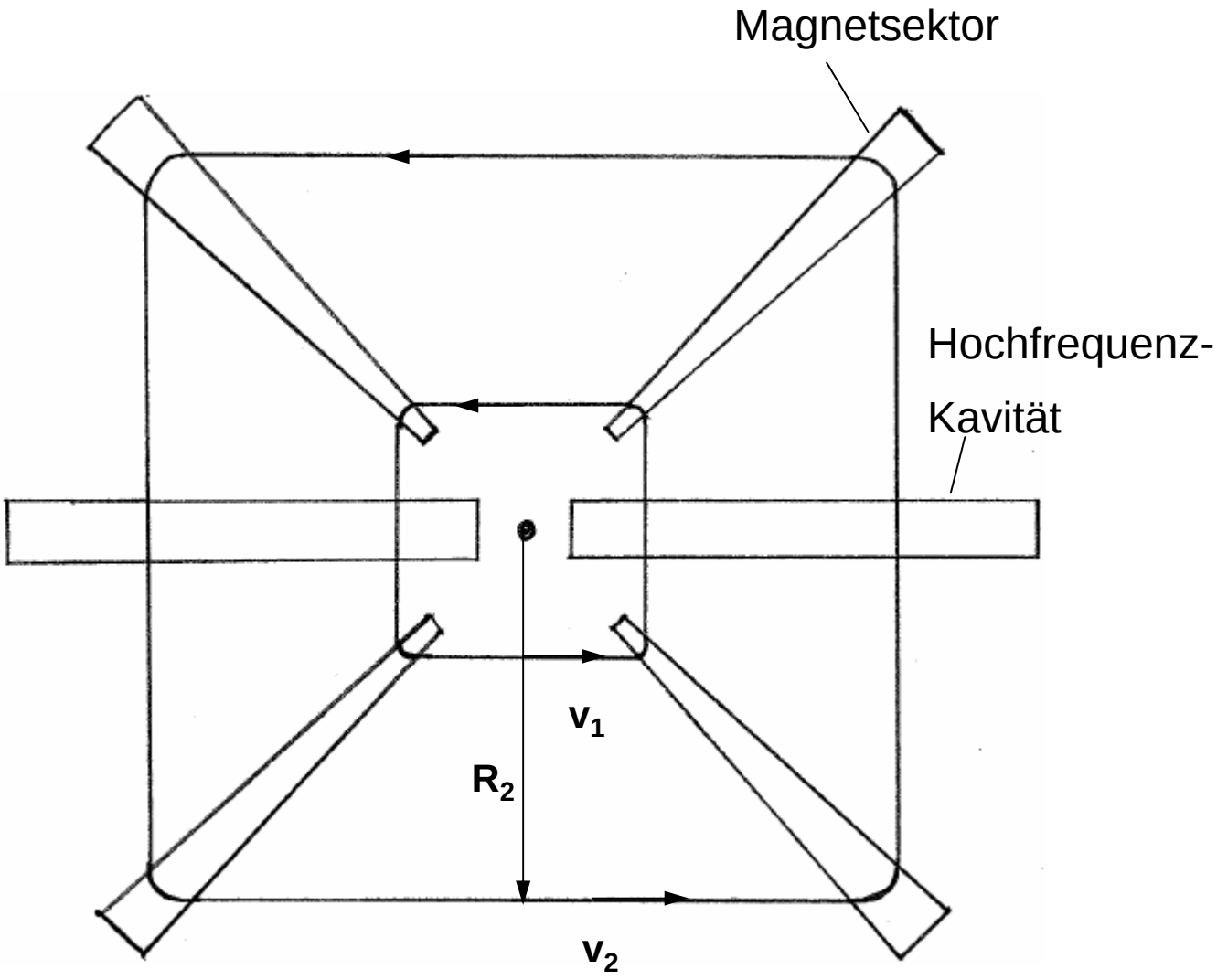
Magnetfeld und HF-System entkoppelt

- Kavitäten (auch Flattop) mit hoher Spannung
  - gute Bahnseparierung, kleine Extraktionsverluste
    - hohe Intensitäten
- starke vertikale Fokussierung
  - kleiner Magnetspalt
    - ökonomisch im Betrieb
      - Eisengewicht der Sektormagnete vergleichbar mit Kompaktmagnet
- gerade Strecken
  - erleichterte Konstruktion der Injektion- und Extraktions-elemente
    - viel Platz für Diagnostik und Korrektur-elemente

Nachteil: Injektor notwendig !

Quadratzyklotron

hypothetisch , da vertikal
überfokussierend !

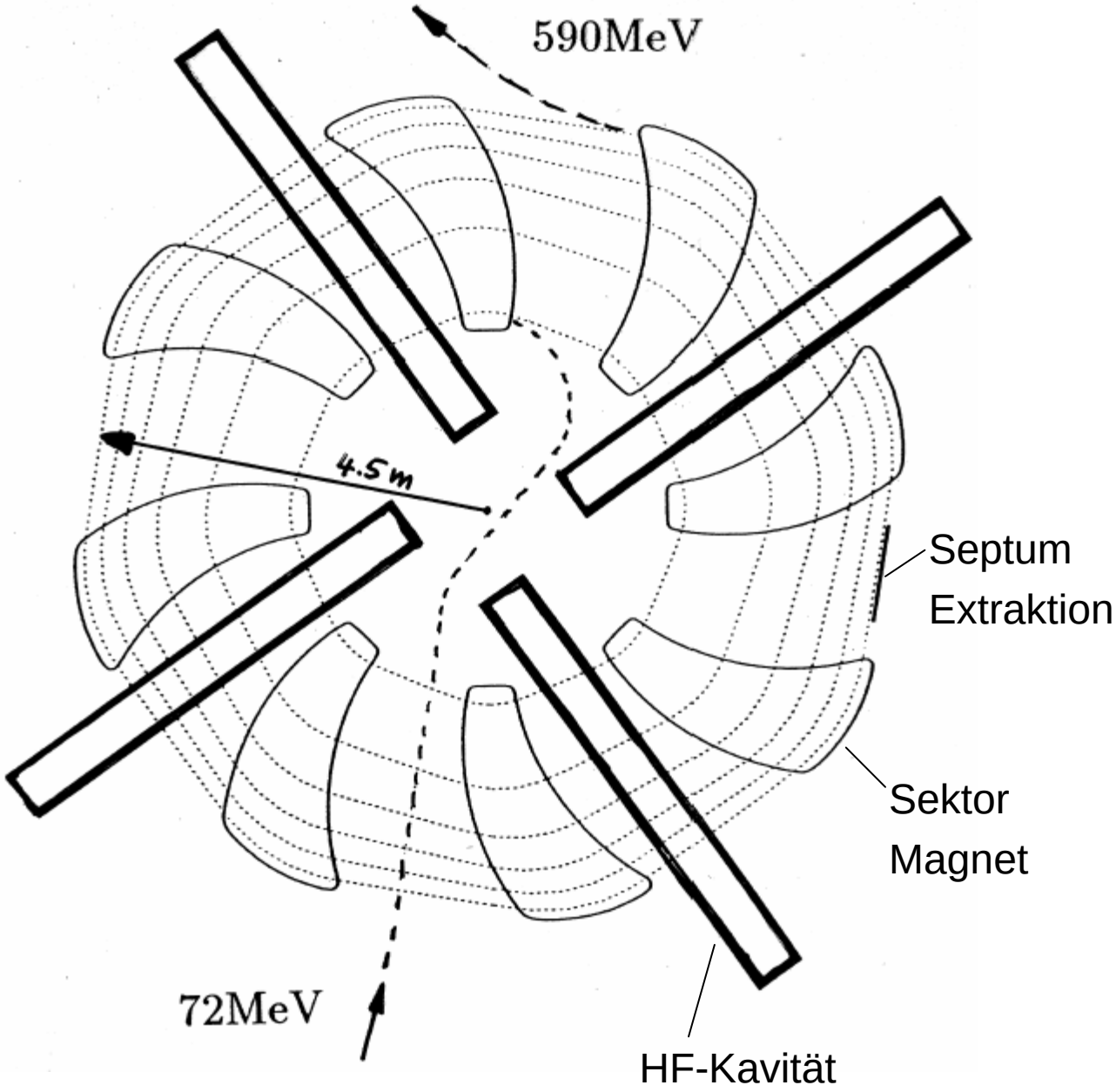


Isochroniebedingung :

konstante Umlaufszeit für

alle Energien => $v_1 / v_2 = R_1 / R_2$

Ringzyklotron



HF-Kavität

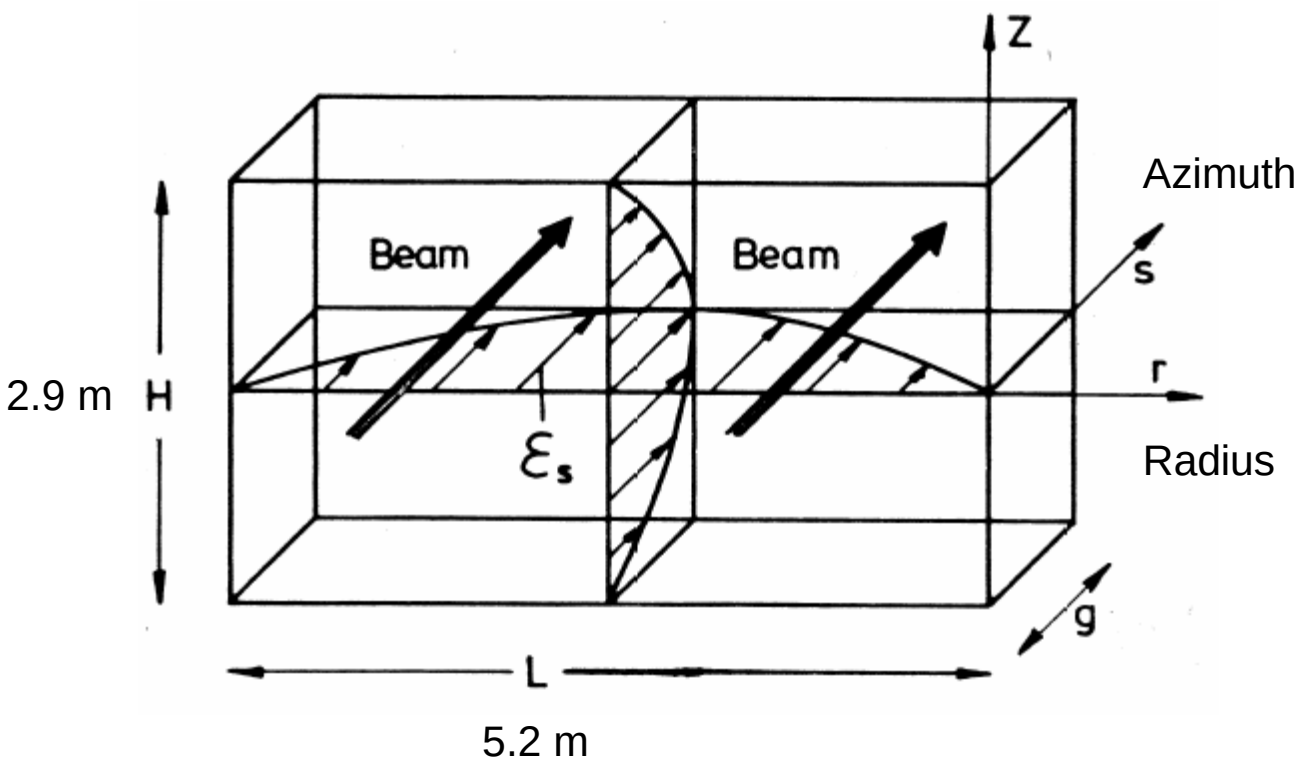
Ringzyklotron 590 MeV , 50.7 MHz

Originalversion:

Aluminium , V=730 kV , 300 kW Verlustleistung

216 Umläufe

bei 2 mA: 300 kW Leistung/Kavität an Strahl

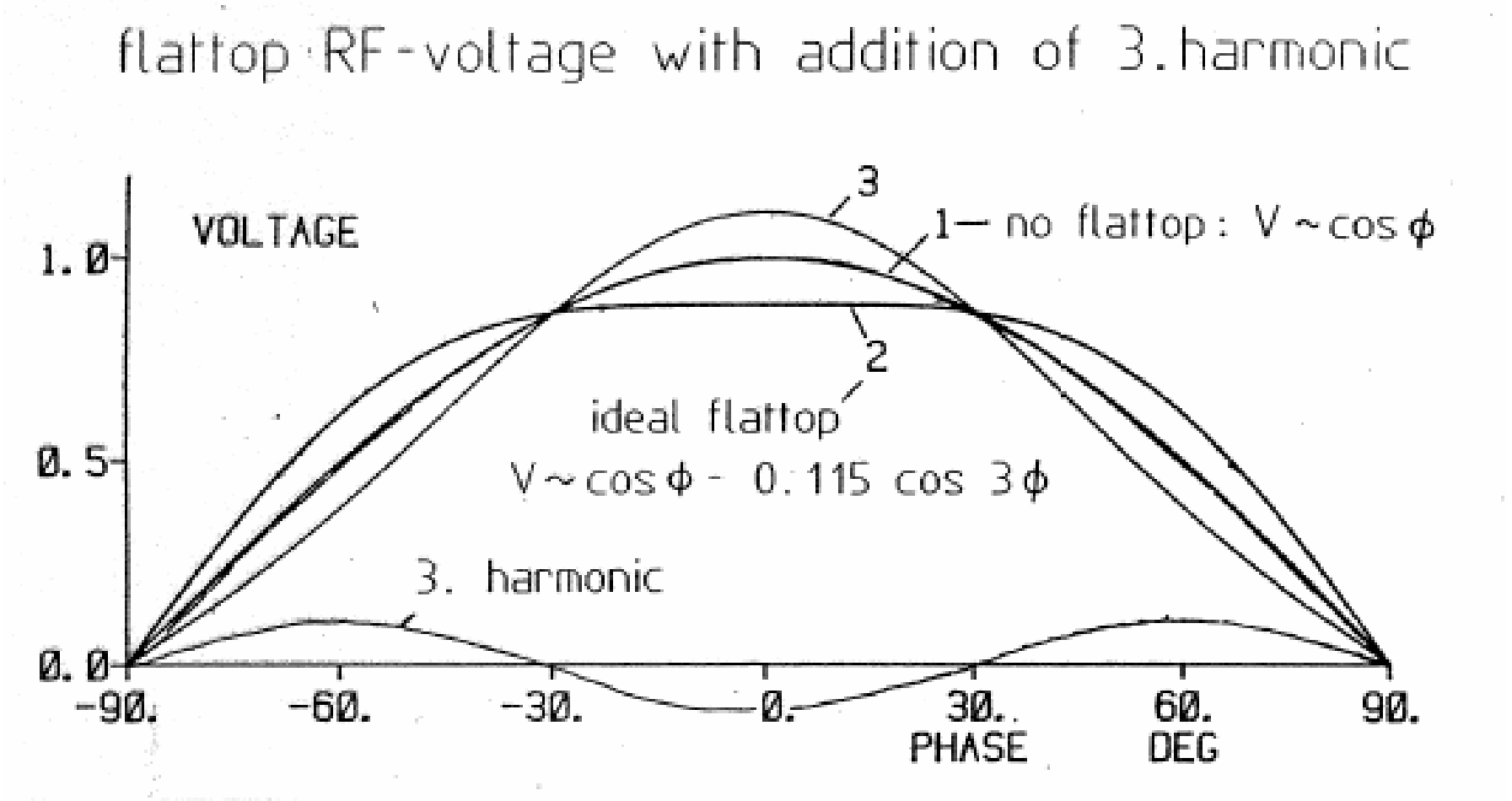


neue Kavität:

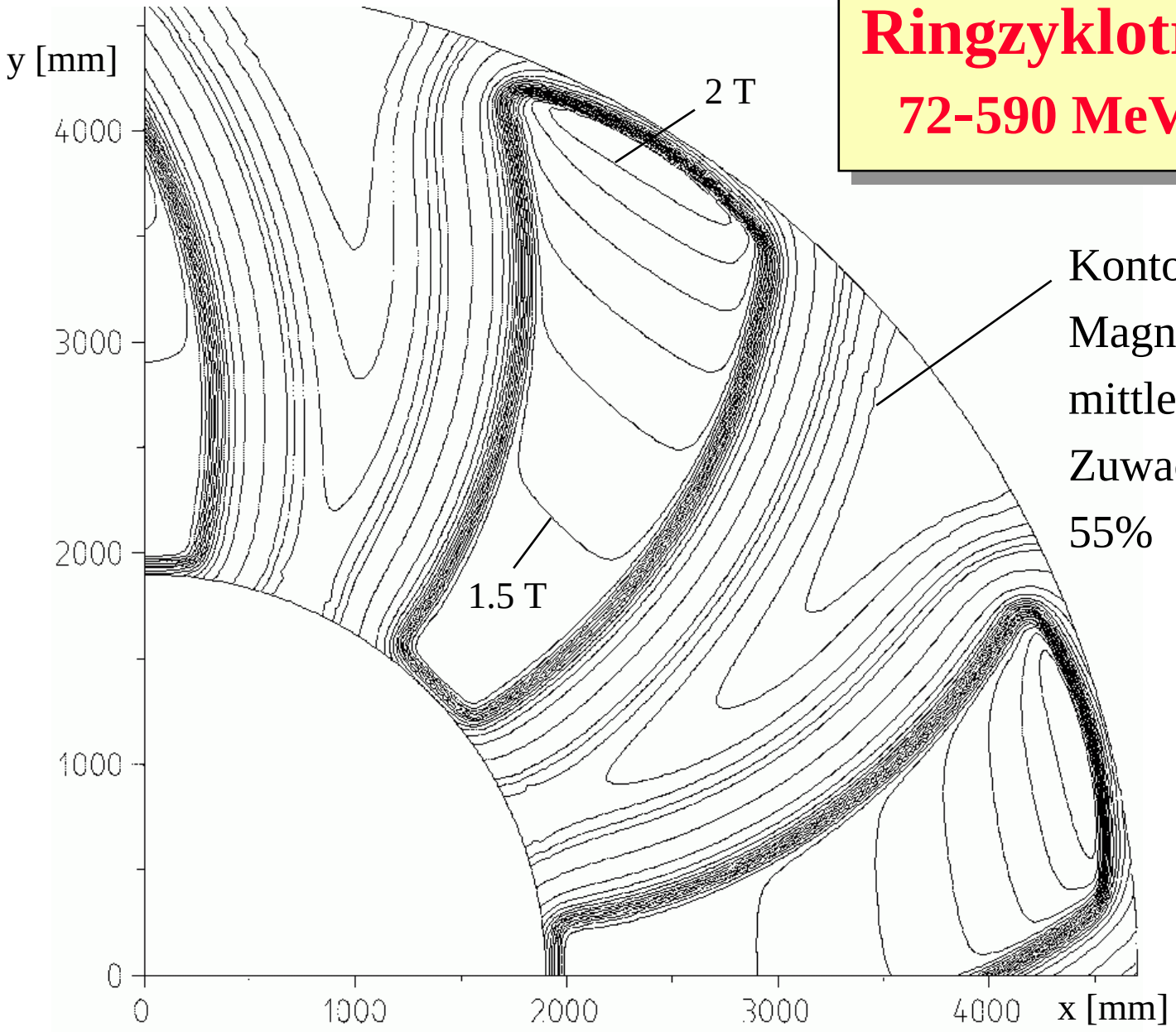
Kupfer , V = 1 MV , 500 kW Verlustleistung

160 Umläufe , Stromlimite > 3 mA ?

Flattop Spannung



Ringzyklotron
72-590 MeV p

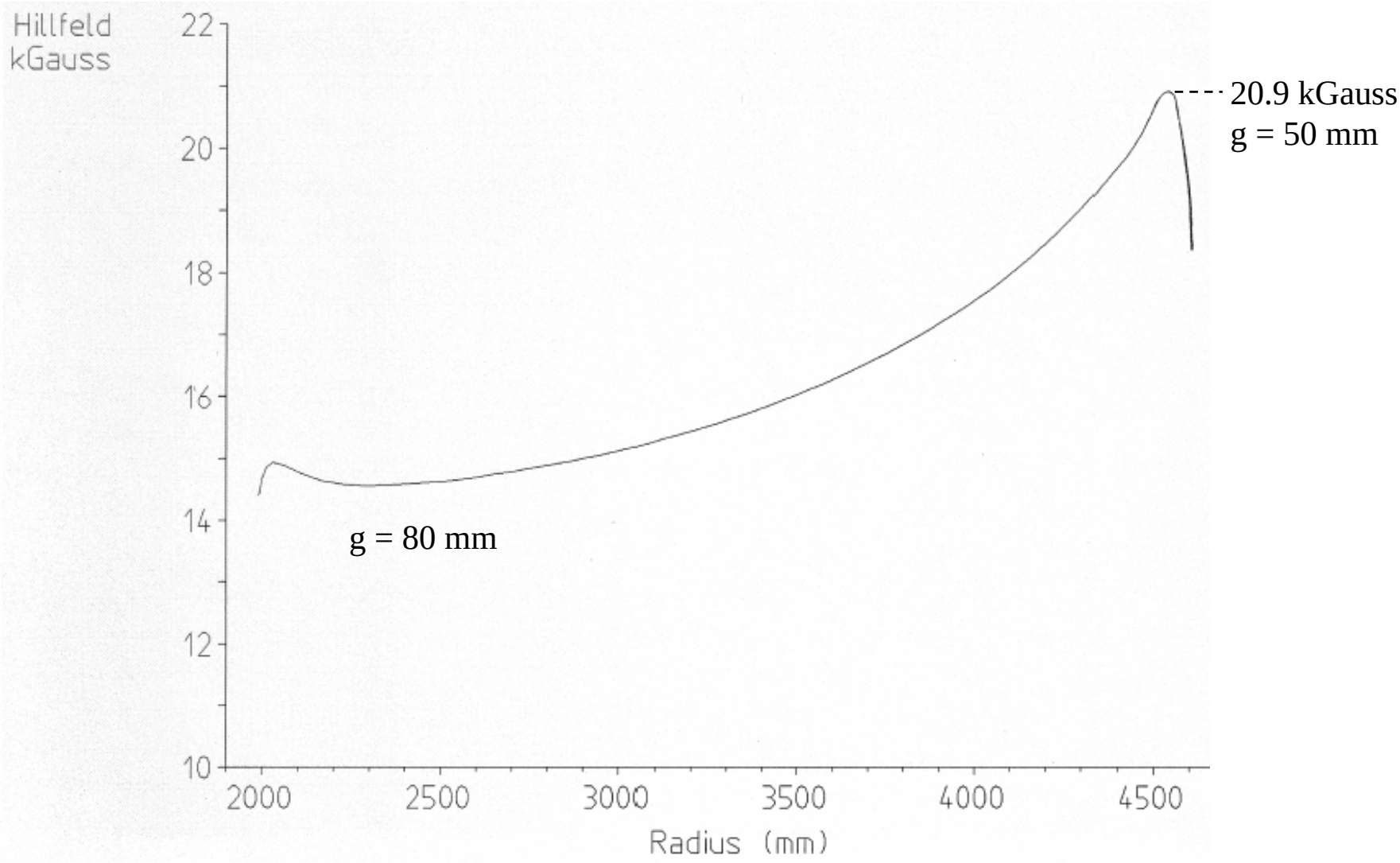


Kontourlinien des Magnetfeldes

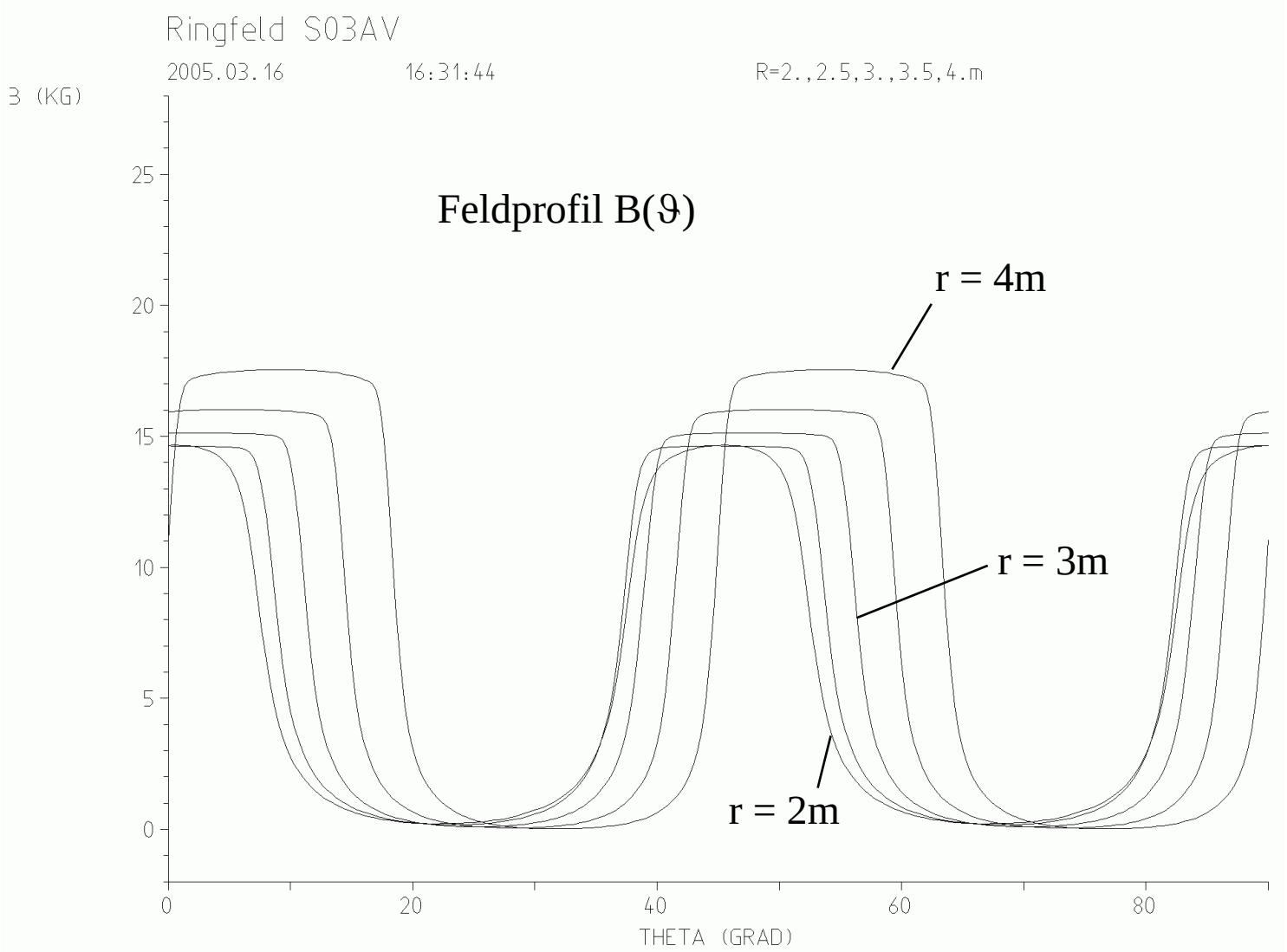
mittleres Feld $B_0(R) \sim \gamma$

Zuwachs von 72-590 MeV : 55%

Hillfeld Ringzyklotron



Ringzyklotron



nutzlos!

Fokussierfrequenzen Q_x und Q_z im Isochron Zyklotron;

aus einem Bericht von Oak Ridge 1960

(so wollte man uns damals Angst machen!)

$$Q_x^2 = \nu_r^2 = 1 + K + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)\left\{\left[1 + \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right]^2 \frac{(Nn)^2}{[(Nn)^2 - 4\sigma^2]^2} + \right.$$

$$+ \frac{2(Nn)^2}{[(Nn)^2 - \sigma^2]\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]}\left[1 + \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right] - \frac{1 + 3K + K'}{2\sigma^2}\left[\frac{3(Nn)^2 - 2 + K'}{[(Nn)^2 - \sigma^2]^2}\right] +$$

$$+ \frac{3K' + K''}{2\,[(Nn)^2 - \sigma^2]^2} - 4\sigma^2\frac{[(Nn)^2 - 1 + (K'/2)]}{[(Nn)^2 - \sigma^2]^2\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]} - \sigma^2\left[\frac{3(Nn)^2 + 2\lambda^2}{Nn[(Nn)^2 - 4\sigma^2]\,[(Nn)^2 - \sigma^2]}\right]^2 +$$

$$\left. + \frac{3\sigma^2}{2}\left[\frac{Nn}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right]^2\right\} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n a'_n + b_n b'_n)\left\{\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - 4\sigma^2}\left[1 + \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right] + \right.$$

$$+ \frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{[(Nn)^2 - \sigma^2]\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]} - \frac{1 + 3K + K'}{2\sigma^2\,[(Nn)^2 - \sigma^2]} + \frac{1}{(Nn)^2 - \sigma^2}\left[1 - \frac{\lambda^2}{(Nn)^2}\frac{(Nn)^2 - 2\sigma^2}{(Nn)^2 - \sigma^2}\right] -$$

$$\left. - \frac{2\sigma^2\,[3(Nn)^2 + 2\lambda^2]}{(Nn)^2\,[(Nn)^2 - \sigma^2]\,[(Nn)^2 - 4\sigma^2]^2}\right\} + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a'^2_n + b'^2_n}{(Nn)^2 - 4\sigma^2} + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n a''_n + b_n b''_n}{(Nn)^2 - \sigma^2}. \qquad (3)$$

Fig. 3. General formula for radial frequency, ν_r. → useless!

$$Q_z^2 = \nu_z^2 = -K + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)\left\{\frac{(Nn)^2}{(Nn)^2 - (1 + K)} + \tfrac{1}{2}\left(K + \frac{3K'}{1 + K}\right)\left[\frac{Nn}{(Nn)^2 - (1 + K)}\right]^2 - \right.$$

$$- \left[K'\frac{2 + K}{1 + K} + \frac{K''}{2} - \frac{(K')^2}{2\,(1 + K)}\right]\left[\frac{1}{(Nn)^2 - (1 + K)}\right]^2 + \frac{K'^2}{(Nn)^2\,[(Nn)^2 - (1 + K)]^2} - \frac{4K(K')^2}{(Nn)^4\,[(Nn)^2 - (1 + K)]^2}\Big\} +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n a'_n + b_n b'_n)\left\{\frac{2K'}{(Nn)^2\,[(Nn)^2 - (1 + K)]} - \frac{1 + K - K'}{(1 + K)\,[(Nn)^2 - (1 + K)]} - \frac{8KK'}{(Nn)^4\,[(Nn)^2 - (1 + K)]}\right\} -$$

$$- \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n a''_n + b_n b''_n}{(Nn)^2 - (1 + K)} + \tfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a'^2_n + b'^2_n)\left\{\frac{1}{(Nn)^2} - \frac{4K}{(Nn)^4}\right\}. \qquad (4)$$

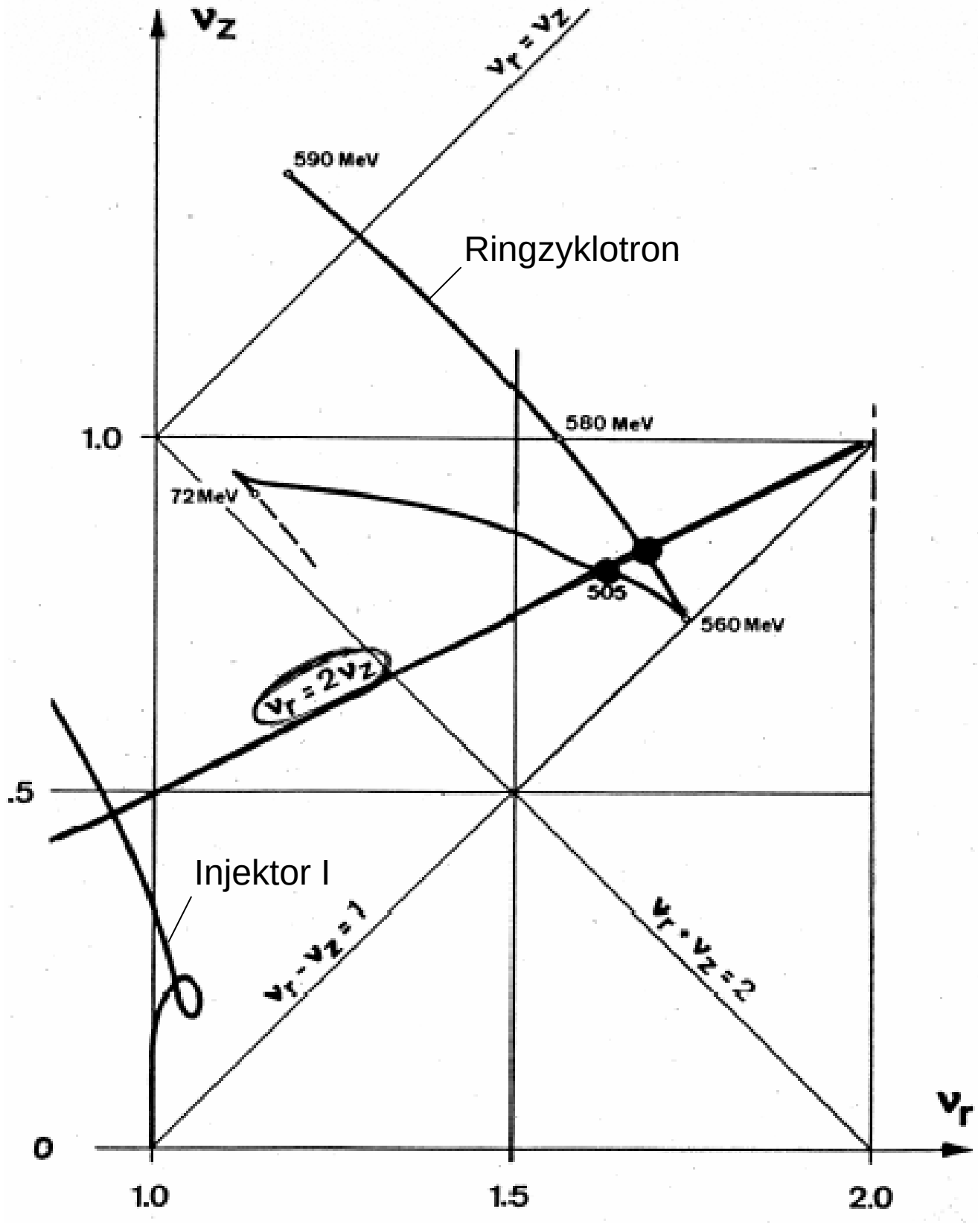
Fig. 4. General formula for axial frequency, ν_z. → useless!

hier helfen nur numerische Bahnberechnungen.

Approximation:

$Q_z^2 \approx -K + F\,(1+2\,\tan^2\delta)$, K=Feldindex, δ=Spiralwinkel

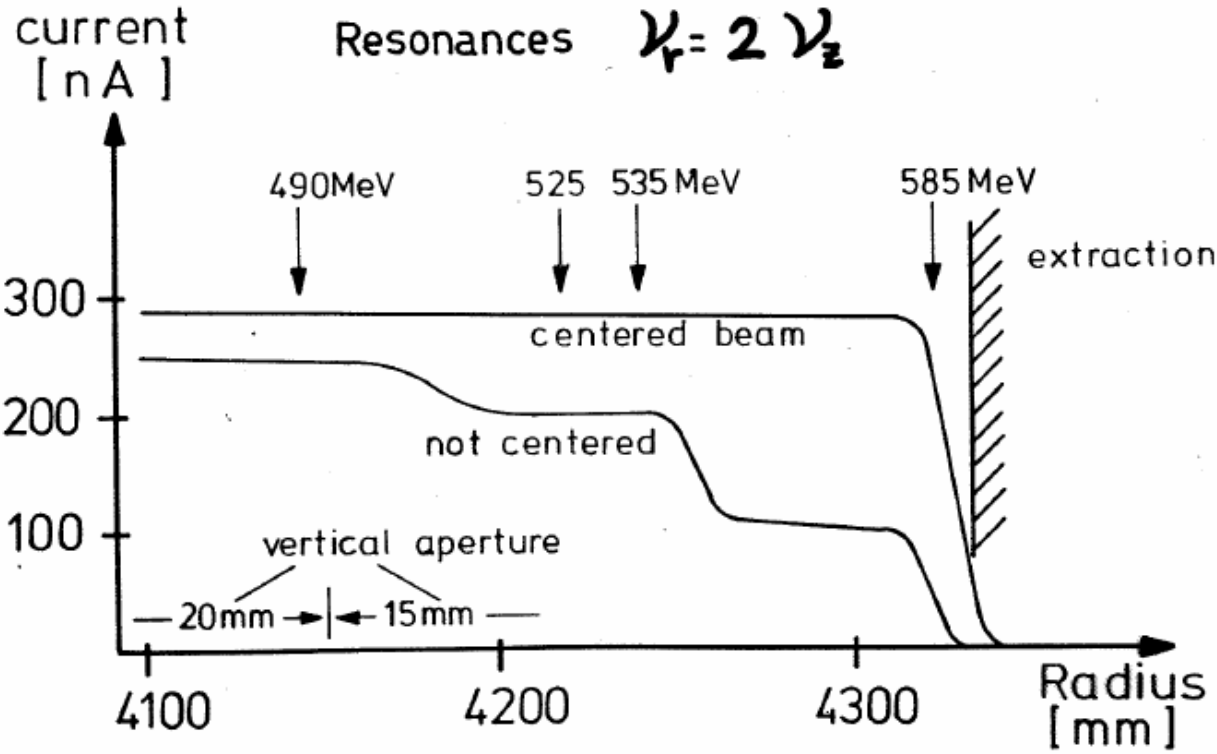
Resonanzdiagramm



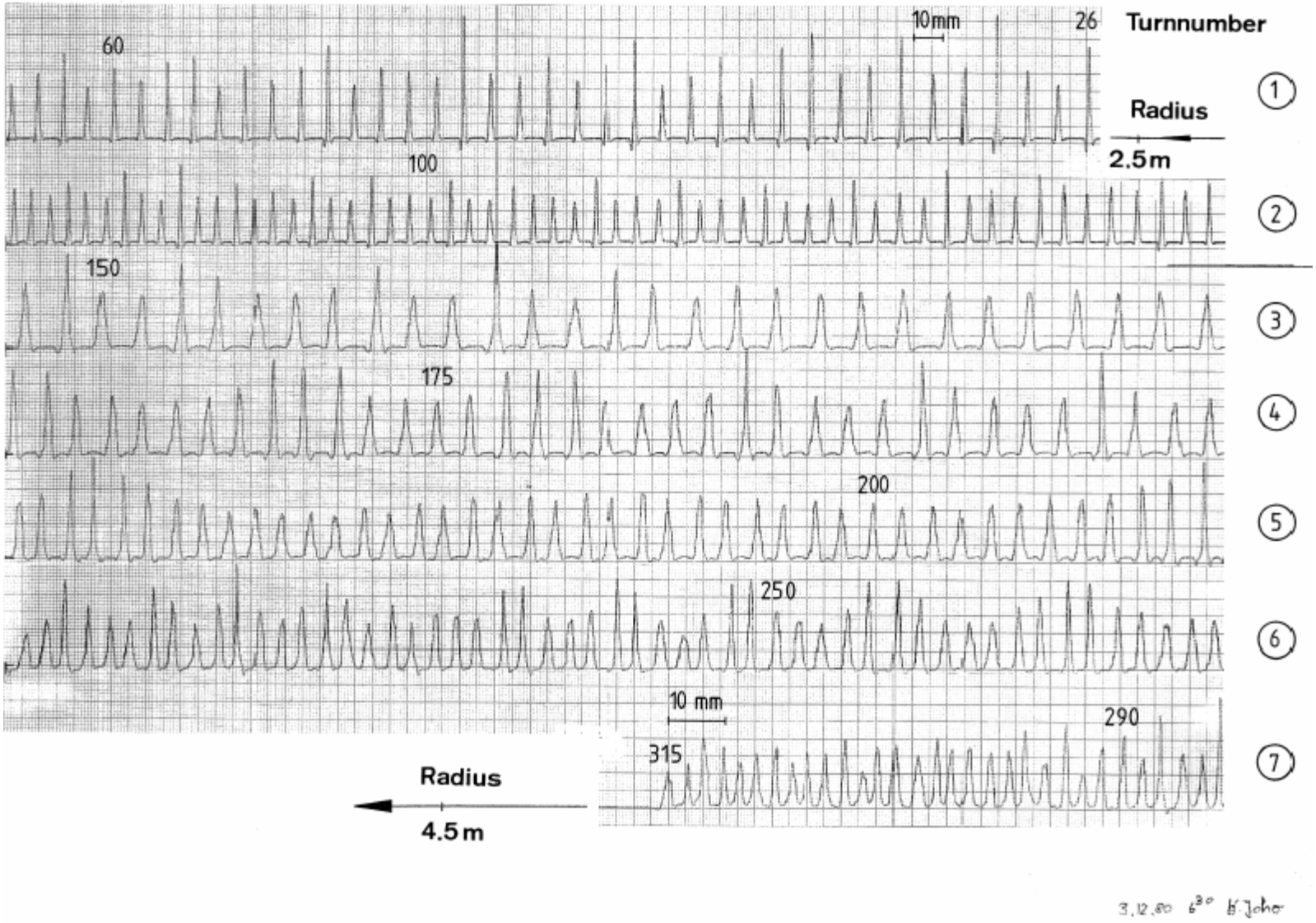
Koppelresonanz

Ringzyklotron 590 MeV

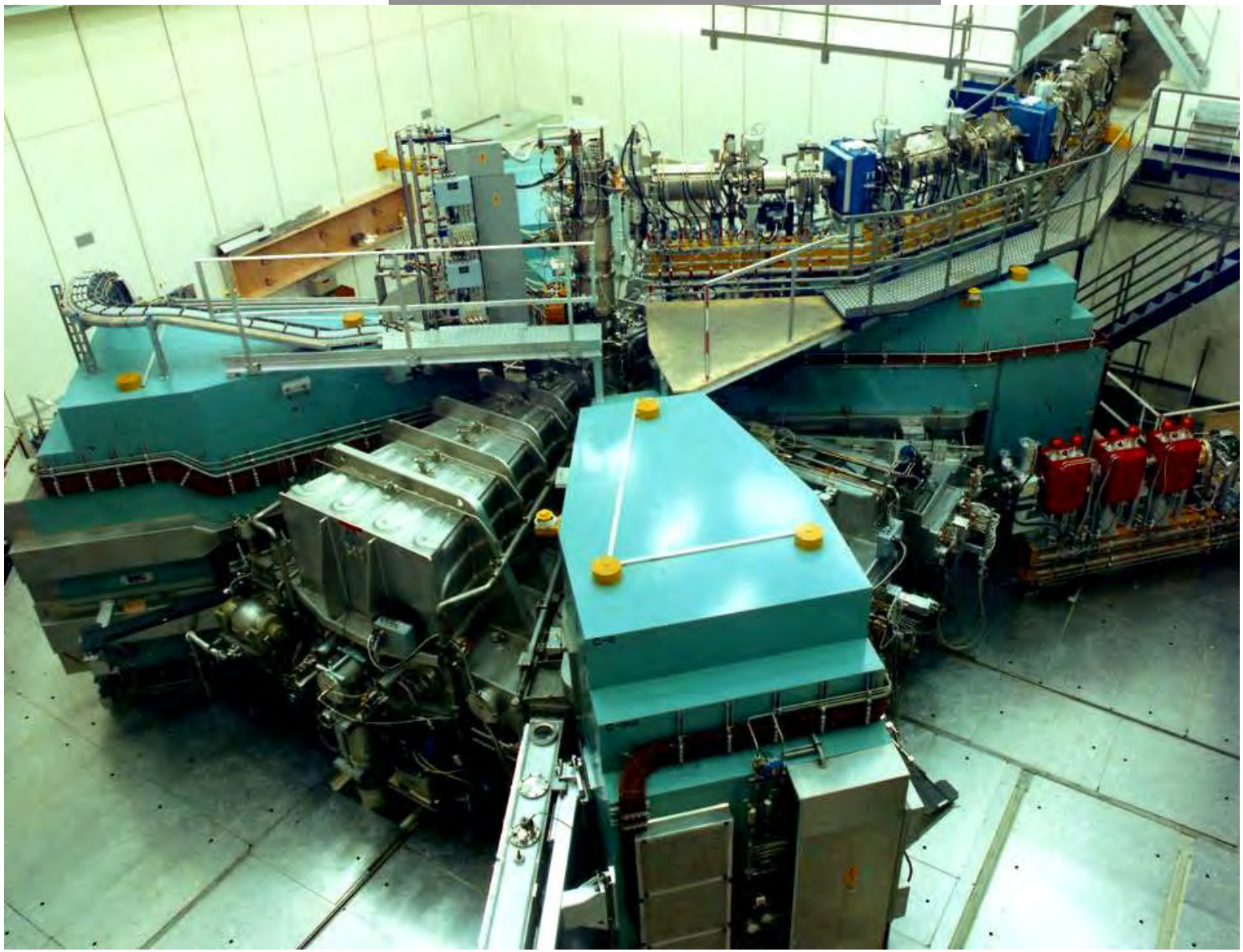
Strahlverlust bei der Durchquerung der Koppelresonanz bei 3 Energien: eine starke horizontale Schwingung wird in eine vertikale Schwingung umgewandelt.



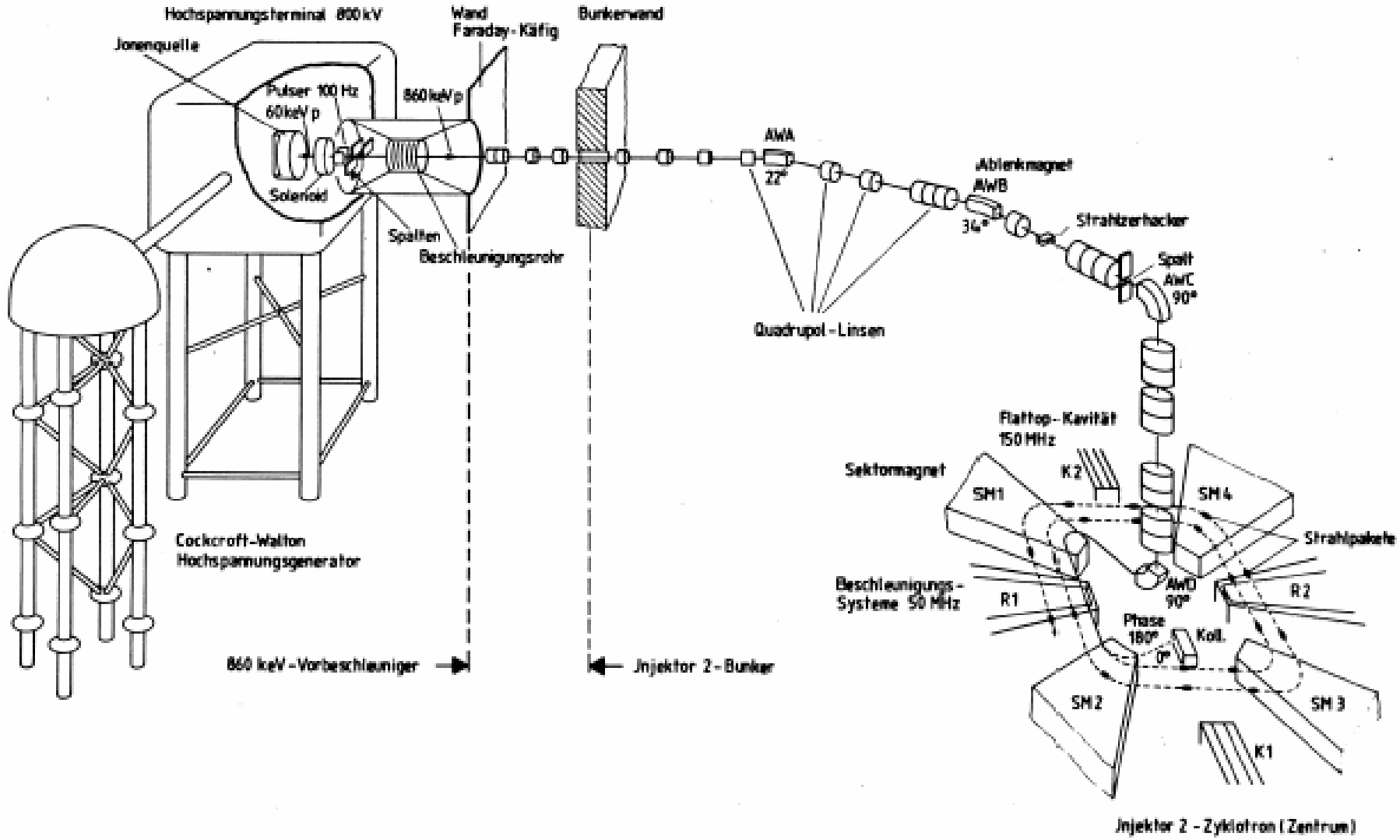
Ringzyklotron (1980), Umläufe 26-315 (100-590 MeV)



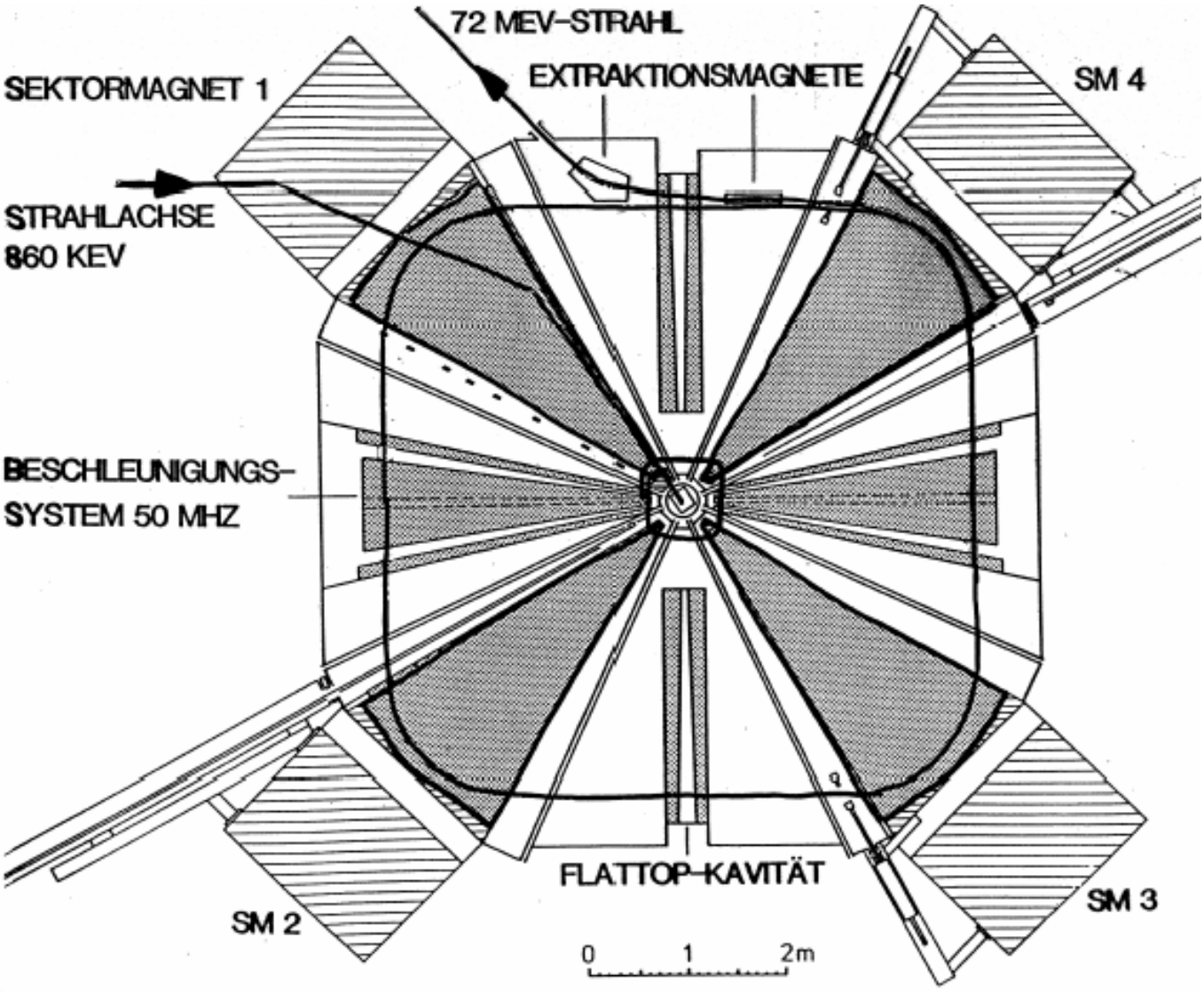
Injektor II (72 MeV p)



Einschuss in Injektor II

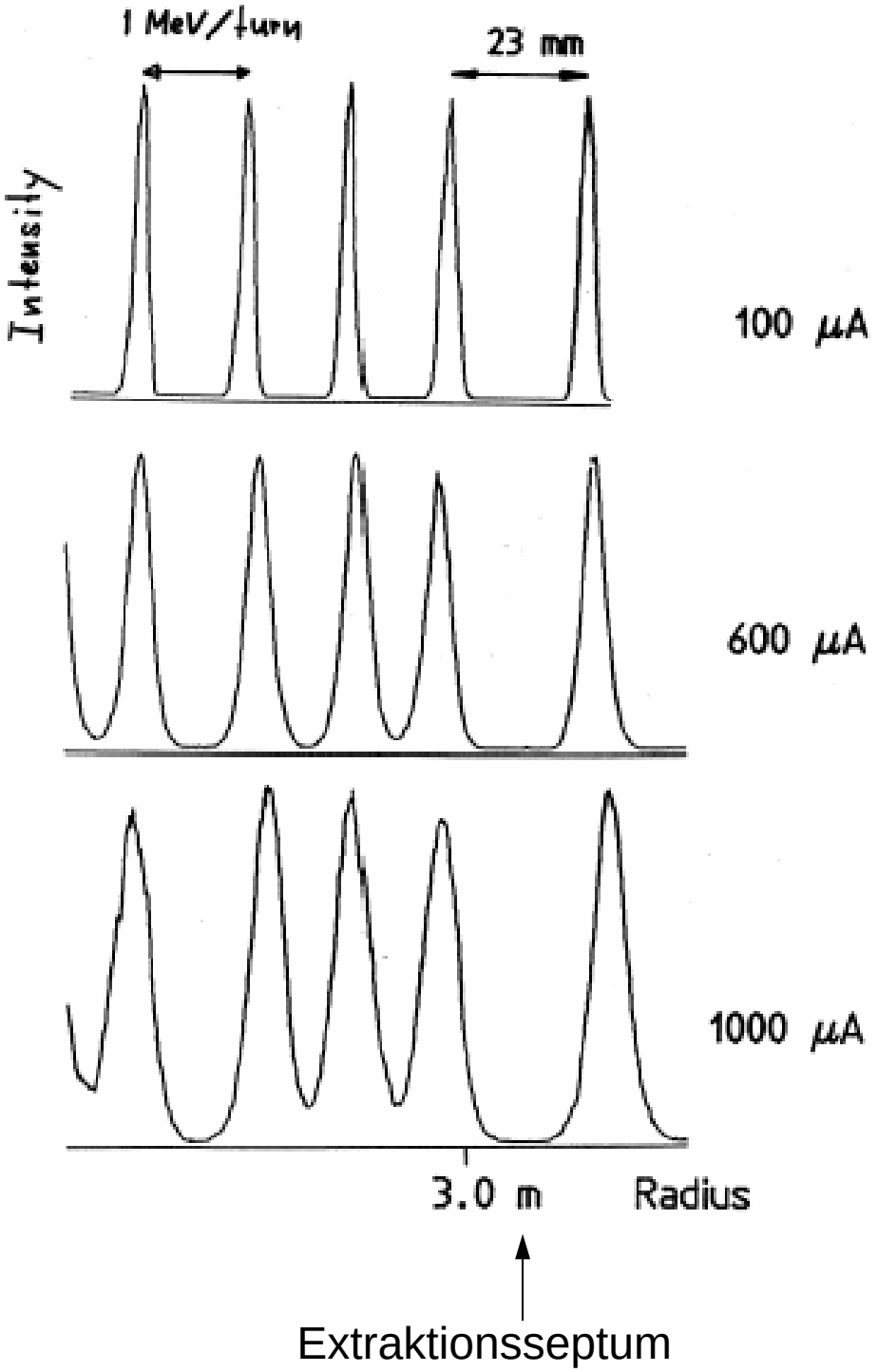


Injektor II


72 MEV-STRAHL
EXTRAKTIONSMAGNETE
SEKTORMAGNET 1
SM 4
STRAHLACHSE
860 KEV
BESCHLEUNIGUNGS-
SYSTEM 50 MHZ
FLATTOP-KAVITÄT
SM 2
SM 3
0
1
2m

Letzte 5 Umläufe im Injektor II

Verbreiterung des Strahldurchmessers
durch longitudinale Raumladungskräfte



Extraktion aus Zyklotron

Intensitätslimite eines Zyklotrons wird bestimmt durch die Strahlverluste. Entscheidend ist der radiale Abstand dR/dn der 2 letzten Bahnen vor der Extraktion

$$(1)\quad E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 \sim R^2 \qquad (nichtrelativistisch)$$

$$(2)\quad E \approx n\, q\, \overline{V} \sim n \quad (Umlaufszahl)\,,$$

$$\overline{V} = HF - Spannung \;\; pro \; Umlauf$$

$$\Rightarrow \quad R \sim \sqrt{n}, \qquad \frac{dR}{dn} = \frac{R}{2n}$$

$$\boxed{\frac{dR}{dn} = \frac{\gamma}{\gamma+1} R \frac{\overline{V}}{(E/e)} \frac{1}{Q_r^2}} \qquad (exakte\ Formel)$$

grosse Bahnseparierung durch:

- hohe HF-Spannung (Intensitätslimite ~ V^3 !!)
- grosser Maschinenradius !

=> keine hohen Intensitäten mit

kompaktem (supraleitendem) Zyklotron !!

Stromlimite in Zyklotron

Stromlimite gegeben durch Extraktionsverluste (<0.4 µA)

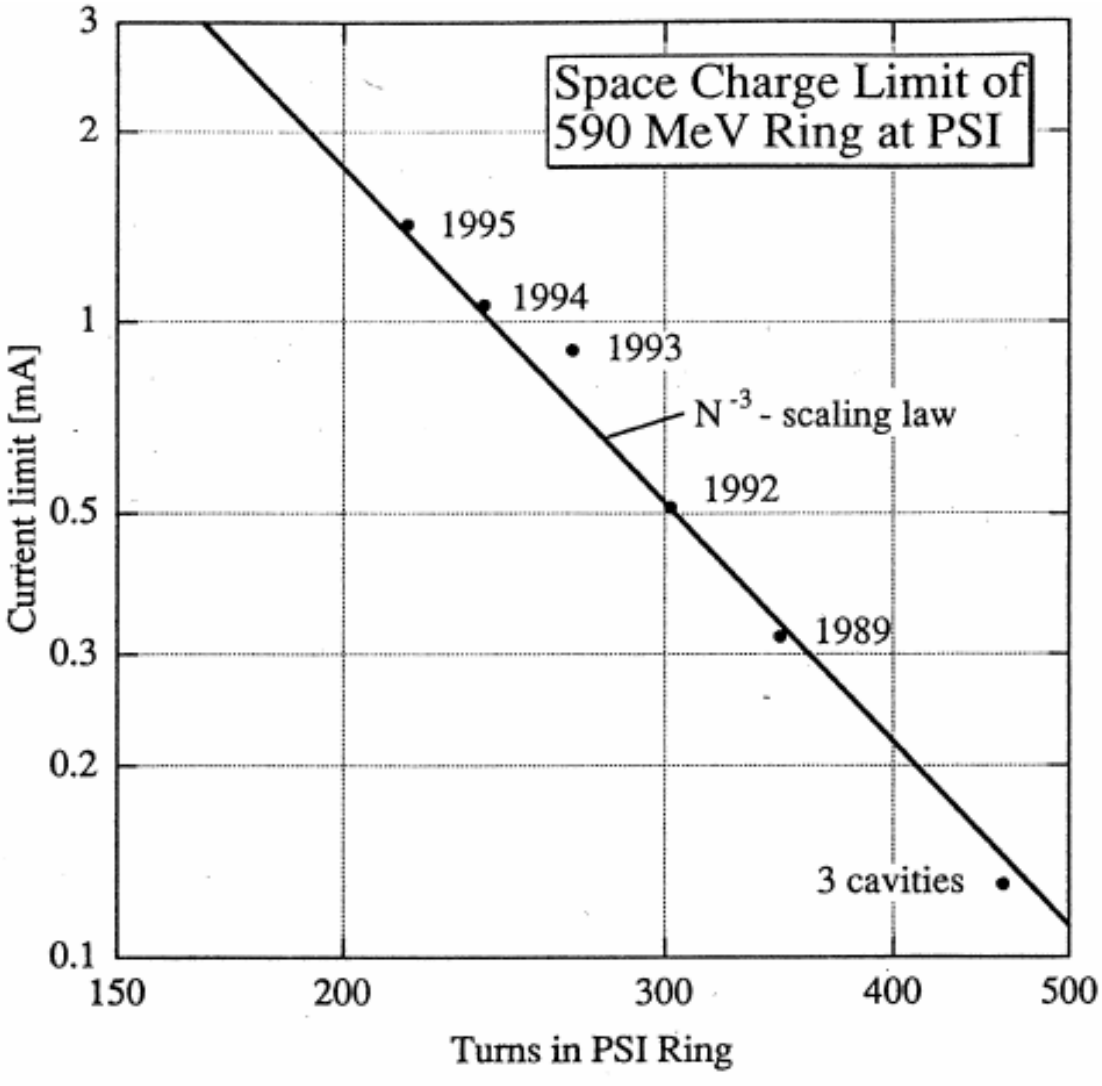
Limite durch longitudinale Raumladung:

$I_{Lim} \sim V^3 \sim N^{-3}$ (W.Joho 1981)

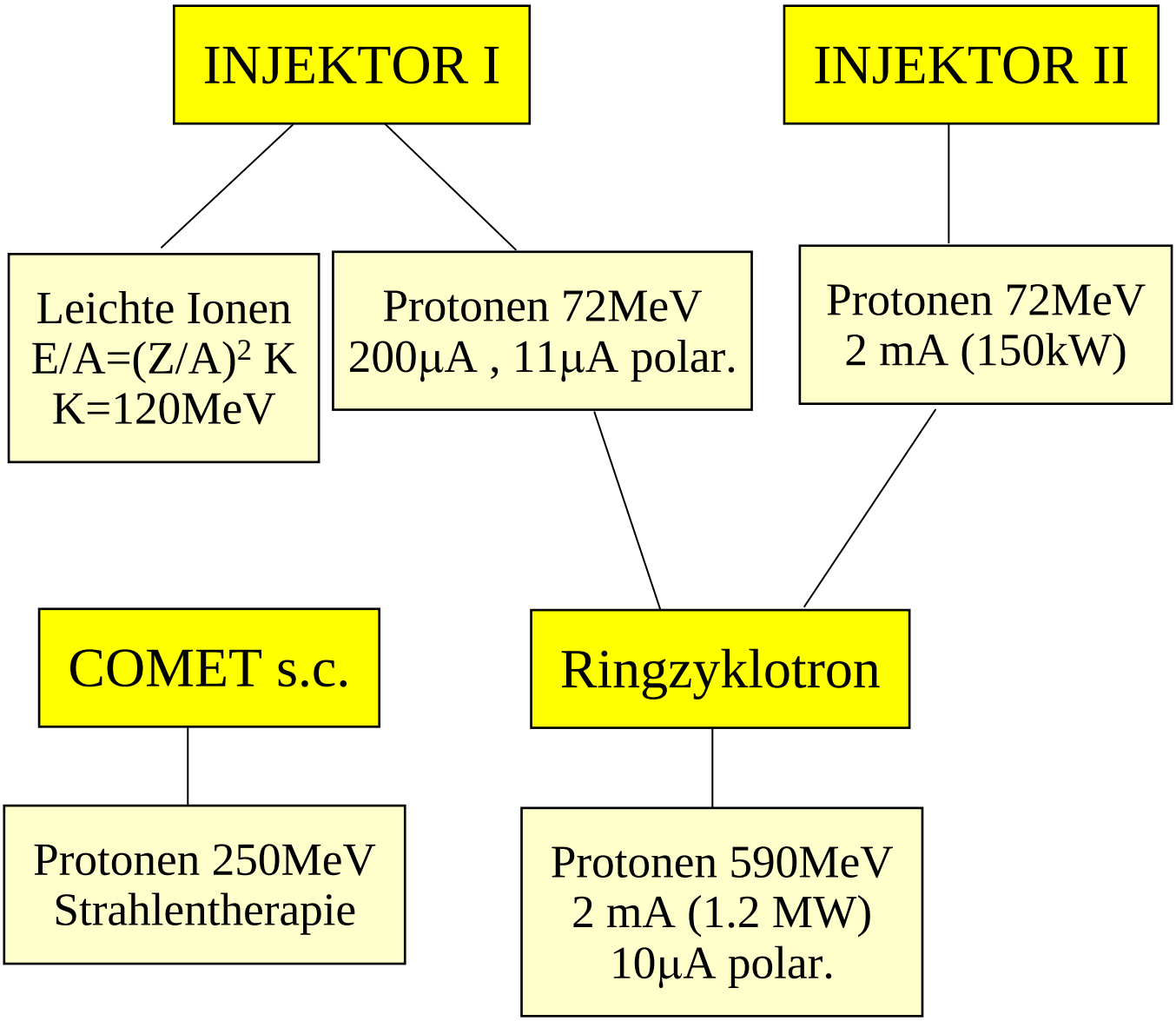
V = Kavitätsspannung/Umlauf

N = Umlaufszahl

=> mit neuer Kavität : 730 kV => 1 MV (160 Umläufe!)



PSI Zyklotrons



- intensive Strahlen von Pionen und Müonen
- Spallations Neutronen Quelle (SINQ)
- Kernphysik
- Strahlentherapie mit Protonen
- Isotopen Produktion

Comet-Zyklotron (s.c.)

250 MeV Protonen , Strahlentherapie

Zyklotron historisch

1929	1.Idee durch E.O.Lawrence in Berkeley (angeregt durch R.Wideroe!)		
1931	4 inch Zyklotron	80 keV	p
1932	10 inch Zyklotron	1.2 MeV	p
1934	26 inch Zyklotron	7 MeV	p
1939	60 inch Zyklotron	16 MeV	d
1946	184 inch Synchrozyklotron	200 MeV	d
		400 MeV	α
1938	Idee für Isochronzyklotron mit Sektoren auf Magnetpol (AVF) durch Thomas		
1962	88 inch Sektor Zyklotron	K=160 MeV	Ionen
1974	SIN/PSI Ringzyklotron	590 MeV	p
1982	supercond.cyclotron MSU	K=500 MeV	Ionen

heute:

ca. 80 Zyklotrons (individuelle Anlagen)
ca. 150 kommerzielle Zyklotrons

Vorträge Zyklotron

Vorträge von W.Joho

http://indico.psi.ch - Conferences Accelerator Talks

CERN Accelerator schools:

http:/cas.web.cern.ch/cas/

W. Joho: Modern Trends in Cyclotrons
CERN Accelerator School, Aarhus 1986
CERN 87-10

T. Stammbach:
CERN Accelerator School, LaHulpe 1994
CERN 96-02

International Cyclotron Conferences

(alle 3 Jahre)

Im Zyklotron Archiv

Allgemeine Vorlesung von Albin Wrulich über Beschleuniger

an der ETH Lausanne:

http://people.web.psi.ch/wrulich